



# EXPLORANDO SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Autores: Mary Burr y Jeffrey Bush, traducido al español por Diana López

## ANTES DEL PLAN DE CLASE

### Objetivos de Aprendizaje

- Describir un sistema de ecuaciones lineales y su solución.
- Identificar cuando un sistema de ecuaciones lineales tiene una solución, no solución o infinitas soluciones basado en sus gráficas o ecuaciones.
- Crear una regla que relacione la pendiente de dos rectas con el número de soluciones en el sistema.

### Conocimiento Previo

- Identifica la pendiente y la intersección-y en la ecuación  $y=mx+b$  y en la gráfica
- Grafica rectas usando la pendiente y la intersección-y
- Escribe la ecuación de la recta en la forma pendiente-intersección en base a una descripción, historia, problema o una gráfica.

### Materiales

- Simulación PhET [Graficando Rectas](#)
- Computadoras/tabletas para cada estudiante o pareja de estudiantes.
- Hoja de trabajo “Explorando Sistemas de Ecuaciones Lineales”, 1 por estudiante.
- Tickets de salida.

## PLAN DE CLASE (90 MINUTOS, DIVIDIDO EN 2 SESIONES)

→ Sesión 1

### Para empezar

7

minutos

En la feria en *El Papalote* la entrada tiene un precio de \$10 y cuesta \$5 pesos cada vuelta en un juego mecánico, mientras en la feria en *El Trompo*, la entrada cuesta \$40, pero todos los juegos están incluidos. ¿A cuál de las dos ferias llevarías a tu cita este sábado?

**Piensa-Escribe-Comparte:** Los estudiantes pasan aproximadamente 1-2 minutos examinando el problema, pensando posibles soluciones y escribiendo sus argumentos. Al final, los estudiantes comparten y discuten sus razonamientos con su compañero de al lado.

## Exploración con la simulación

**8**  
minutos

Cada estudiante ya cuenta con su hoja de trabajo.

Los estudiantes exploran la simulación en la vista pendiente-intersección con  $y$ , graficando cualquier línea que ellos deseen.

**Circula por el salón** y mientras revisas que hacen los estudiantes, pregúntales:

1. La función de los elementos de la simulación
2. ¿Qué representa la  $m$  y la  $b$ ?
3. ¿Qué pasa al cambiar la  $m$  y la  $b$ ?
4. ¿Puedes graficar más de una recta en el mismo plano cartesiano?

Pide a los estudiantes que compartan lo que escribieron en la parte de exploración de su hoja de trabajo y asegúrate que todos sepan como utilizar la herramienta.

## Actividad basada en la Simulación, Parte 1

**15**  
minutos

- Fomenta que tus estudiantes empiecen a trabajar en la hoja de trabajo en parejas. Trata de darles al menos 5 minutos en los que **el maestro permanece en silencio** antes de empezar a revisar lo que hacen y/o proporcionar ayuda.
- **Circula por el salón** y brinda apoyo respondiendo preguntas, pero también has preguntas de sondeo y reflexión, tales como:

1. ¿Por qué estas gráficas se intersectan? (¿Qué las hace intersectarse?)
2. ¿Es posible que dos rectas se intersecten más de una vez?
3. ¿Por qué piensas que estas dos rectas no se van a intersectar?
4. ¿Qué me puedes decir sobre dos rectas que se superponen una sobre la otra?
5. ¿Cómo la pendiente afecta si las rectas se cruzan?
6. ¿Qué pasa si las rectas tienen la misma intersección- $y$  pero diferentes pendientes?

Si estas graficando un sistema de ecuaciones ¿Qué es un sistema de ecuaciones entonces? ¿Cuál crees que es la solución?

**15**  
minutos

Cuando la mayoría de los estudiantes lleguen al “punto de revisión” en la hoja de trabajo:

- **Promueve una discusión** grupal para hacer un puente entre el entendimiento de las diferentes representaciones. Pide a tus estudiantes que cubran la pantalla de su laptop o Tablet con sus hojas de trabajo (o muevan su pantalla para que no puedan verla, pero sin apagar el dispositivo) para que no se distraigan.
- Usa alguna estrategia de participación, como nombres en tablitas de madera o pequeños grupos de discusión (imprime o muestra las preguntas en el pizarrón y pide que los estudiantes se reúnan en grupos para hablar entre ellos y escribir las puestas en común a las que llegaron y uno de los integrantes las comparta en voz alta a toda la clase). El pizarrón en el salón de clase puede tener una tabla con una columna para “un punto de intersección”, “nunca se intersectan” y “completamente superpuesta una recta sobre la otra” y que los estudiantes voluntariamente pasen a escribir sus ideas principales para una discusión grupal.

Ejemplos de preguntas que se pueden hacer en la discusión:

1. ¿Qué piensas que es un sistema de ecuaciones?
2. ¿Qué es una solución para una recta? ¿Cuál piensas que es una solución para un sistema de ecuaciones?
3. ¿Qué notaste en el primer sistema de ecuaciones donde las dos rectas se intersectan?
4. ¿Qué notaste en el segundo sistema de ecuaciones donde las rectas nunca se van a intersectar? ¿Estas seguro que si extendemos más las rectas estas nunca se van a intersectar? ¿Cómo lo sabes?
5. ¿Qué notas en sus pendientes? ¿Qué pasa si la pendiente es diferente? ¿Qué pasa si la pendiente es la misma?
6. ¿qué significa que dos rectas sean paralelas?
7. ¿Cómo creamos rectas que se superponen una sobre la otra?
8. ¿Qué crees que signifique que un sistema tenga una solución? ¿Qué significa que tenga muchas soluciones?

¿Hay algún otro descubrimiento que no se haya discutido?

**5**

minutos

Primer Ticket de salida

→ Sesión 2

**Para empezar****5**

minutos

Recuérdale a los estudiantes los **objetivos de aprendizaje** y pídeles que los lean en voz alta y comenten los resultados de la sesión anterior para que puedan evaluar su propio **progreso**. Puedes usar las siguientes preguntas:

1. ¿Qué descubrieron en la sesión pasada?
2. ¿Cómo se pueden graficar dos rectas en un mismo plano cartesiano?
3. ¿Cómo afecta la pendiente de las rectas si un sistema se intersecta o no?

**Para evaluar el progreso** puedes usar el método semáforo o 1,2,3 donde los estudiantes usan tarjetas color rojo o con el número 1 si no entienden, amarillo o con el número 2 si están un poco confundidos y color verde o 3 si entendieron bien. Debes preguntar a los estudiantes que no entendieron o están confundidos, que especifiquen qué es lo que no entienden y pedirles a los estudiantes “verdes” que les ayuden a clarificar sus dudas. Una vez que la mayoría de los estudiantes estén listos, se continua con el tema. Mantente al pendiente de los estudiantes “rojos/amarillos” durante el resto de las actividades y pídeles que trabajen en equipo con un alumno “verde” si es posible.

**Actividad basada en la Simulación, segunda parte****20**

minutos

Promueve que los estudiantes completen la hoja de trabajo Parte 2, usando la Simulación PhET de “Graficando Rectas” en parejas o independientemente.

- **Circula por el salón** y brinda apoyo respondiendo preguntas, pero también has preguntas de sondeo y reflexión, tales como:
  1. ¿Qué diferencias y similitudes tienen las ecuaciones del sistema?
  2. ¿Qué ecuaciones crean rectas paralelas?

3. ¿Qué puedes decir sobre ecuaciones con rectas que totalmente se traslapan una sobre otra si están en su forma más simplificada?
4. Si dos líneas están completamente traslapadas ¿Cuántas veces se intersectan?

Antes de que los estudiantes terminen el ticket de salida, discuta #2 para determinar si a los estudiantes les hace sentido la solución de un sistema de ecuaciones. Hazles saber que en el futuro resolverán sistemas de ecuaciones en contextos del mundo real.

### Terminando la actividad

**5**  
minutos

#### **Ticket de salida**

**Reconoce en los estudiantes** su trabajo, perseverancia, descubrimientos y aprendizaje.

**Evaluación formativa informal:** Pide a los estudiantes a que silenciosamente y de forma personal, contesten las preguntas del ticket de salida.

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

## Explorando sistema de ecuaciones lineales, Parte 1


### Objetivos de aprendizaje:

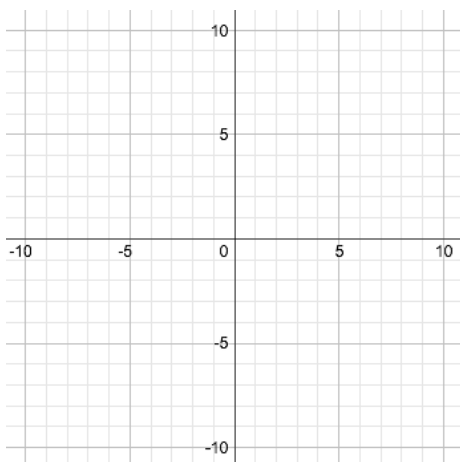
- Definir un sistema de ecuaciones y la solución a un sistema de ecuaciones lineales.
- Identificar cuando un sistema de ecuaciones lineales tiene una solución, no solución o infinitas soluciones en base a su gráfica o ecuación.
- Crear una regla que relacione la pendiente de dos rectas con el número de soluciones del sistema.

### Instrucciones:

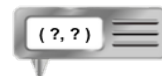
1. En la simulación PhET de “Graficando Rectas”, explora la ventana de pendiente-intersección por 5 minutos y escribe 3 descubrimientos de esta exploración.

- 
- 
- 

2. **Crea** una recta y usa el botón  para preservarla. **Crea** una segunda recta que **intersecte** con la primera.
3. **Dibuja** ambas rectas (hazlo divertido ¡usa dos colores!) y **escribe** sus ecuaciones en la forma pendiente-intersección.

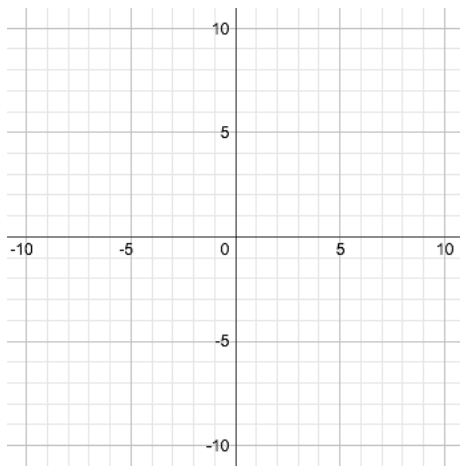


Recta 1	$y = \underline{\hspace{1cm}} x + \underline{\hspace{1cm}}$
Recta 2	$y = \underline{\hspace{1cm}} x + \underline{\hspace{1cm}}$
Punto de intersección	( <u>    </u> , <u>    </u> )



4. Usa el **localizador de puntos** como ayuda para determinar el punto exacto de intersección y completar la tabla de arriba. ¿Qué crees que signifique que dos graficas se intersecten?

- Con un **compañero, discute y sintetiza** tus ideas sobre las siguientes preguntas ¿Piensas que estas dos rectas volverán a cruzarse de nuevo? ¿Por qué piensas eso?
- Borra** ambas rectas del sistema de ecuaciones y crea un nuevo sistema donde las rectas **nunca se intersecten**.
- Dibuja** ambas rectas (hazlo divertido ¡usa dos colores!) y **escribe** sus ecuaciones en la forma pendiente-intersección.



Recta 1	$y = \underline{\hspace{1cm}} x + \underline{\hspace{1cm}}$
Recta 2	$y = \underline{\hspace{1cm}} x + \underline{\hspace{1cm}}$
Punto de intersección	Recuerda que estas rectas <b>NUNCA</b> se van a intersectar.

- Con un **compañero, discute y sintetiza** tus ideas sobre las siguientes preguntas ¿Por qué piensas que estas rectas no se van a intersectar? Si el plano coordenado se expande (si la gráfica se extendiera más) ¿las rectas se intersectarían en algún punto más adelante? ¿Qué notas en sus ecuaciones?
- Borra** ambas rectas del sistema de ecuaciones y crea un nuevo sistema donde las rectas **se superponen completamente** una sobre la otra. ¿Cómo crees que tienen que ser sus ecuaciones para que las dos rectas se superpongan completamente?
- Punto de Revisión** ¡Muy buen trabajo! Revisa tus respuestas y espera a que tus compañeros terminen para una discusión grupal.

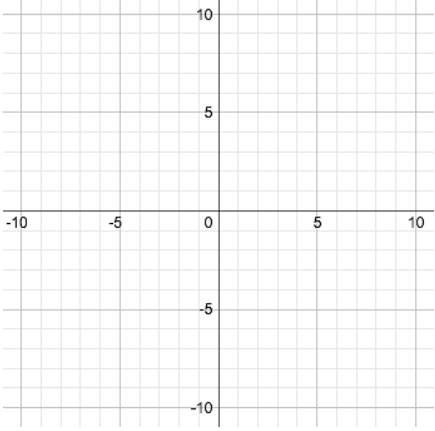
Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

## Explorando sistema de ecuaciones lineales, Parte 2

1. Para cada sistema de ecuaciones, **gráfica** el sistema de ecuación en el plano coordenado e indica si **tiene una solución** (y escribe cuál es), **no tiene soluciones** o **infinitas soluciones**.

Sistema de ecuaciones	Gráfica	Soluciones
$y = \frac{2}{3}x + 3$ $y = \frac{4}{6}x - 5$		<input type="checkbox"/> Una solución (    ,    ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones
$y = x + 2$ $y = -2x - 1$		<input type="checkbox"/> Una solución (    ,    ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones



$y = \frac{1}{2}x + 3$ $y = \frac{-3}{-6}x + \frac{18}{6}$ <p>*¡Pista!: ¿Puedes simplificar primero la segunda ecuación?</p>		<input type="checkbox"/> Una solución ( , ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones
$y = \frac{4}{5}x + 2$ $y = \frac{4}{5}x - 6$	Inténtalo sin graficar ¿Cómo sabes cuantas soluciones son?	<input type="checkbox"/> Una solución ( , ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones
$y = \frac{1}{4}x + 2$ $y = \frac{2}{8}x - (-2)$	Inténtalo sin graficar ¿Cómo sabes cuantas soluciones son?	<input type="checkbox"/> Una solución ( , ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones
$y = \frac{2}{5}x + 2$ $y = \frac{4}{3}x + 1$	Inténtalo sin graficar ¿Cómo sabes cuantas soluciones son?	<input type="checkbox"/> Una solución ( , ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> infinitas soluciones

2. Volviendo a un ejemplo aplicado... *Súper Videojuegos* cobra \$4 por entrar, y \$2 por cada juego mientras que *Divertilandia* cobra solo \$1 por entrar, pero \$3 por cada juego. ¿Qué lugar es más conveniente para ir a jugar videojuegos con tus amigos el fin de semana? **Completa la siguiente información para este sistema de ecuaciones.**

Sistema de ecuaciones	Gráfica	Soluciones
$y = \_\_\_x + \_\_\_$  $y = \_\_\_x + \_\_\_$		<input type="checkbox"/> Una solución ( , ) <input type="checkbox"/> No soluciones $\emptyset$ <input type="checkbox"/> Infinitas soluciones  ¿Qué significa la solución en este caso?  <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

3. Con un **compañero, discute y sintetiza** tus ideas sobre las siguientes preguntas  
¿A qué Lugar recomiendas ir Súper Videojuegos o Divertilandia? ¿Por qué?

**Conclusiones:**

4. **Responde** de manera personal las siguientes preguntas:
- a. **Describe** que es un sistema de ecuaciones lineales y su solución
  
  - b. ¿Cómo puedes **determinar** si el sistema de ecuaciones lineales tiene una solución, no soluciones o infinitas soluciones al observar su gráfica?
  
  - c. ¿Cómo puedes **determinar** si el sistema de ecuaciones lineales tiene una solución, no soluciones o infinitas soluciones al observar su ecuación?

## Ticket de Salida día 1

Empareja las siguientes imágenes de graficas de dos rectas con su descripción. Algunas imágenes tienen múltiples descripciones. Si no hay una imagen que corresponda con alguna descripción, ¡Dibuja una!

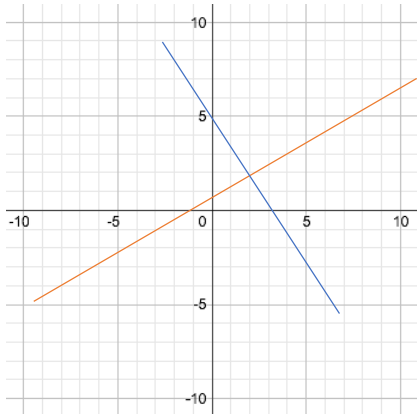
1.



a. Las rectas tienen la misma pendiente

b. Las rectas tienen la misma intersección-y

2.

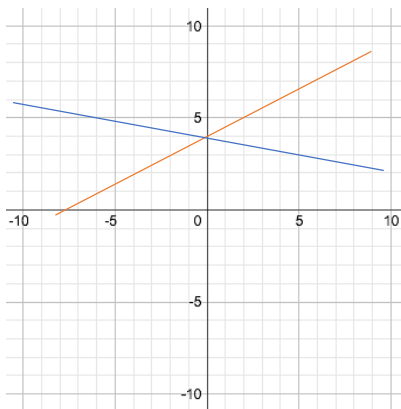


c. Una solución

d. Infinitas soluciones

e. Sin solución

3.



f. Las rectas tienen diferentes pendientes.

## Ticket de salida día 2

Completa el siguiente organizador gráfico sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales

### SOLUCIONES DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Si el sistema de ecuaciones tiene...	Ejemplo de un sistema de ecuaciones	¿Qué característica tienen sus pendientes y la intersección-y en las ecuaciones?	¿Cómo luce su gráfica?
<b>Una solución</b>			
<b>No soluciones <math>\emptyset</math></b>			
<b>Infinitas soluciones</b>			